SOLUTIONS EXERCICES CHAPITRE 1 – Partie A

Exercice 1

Calcul de la résistance d'un câble :

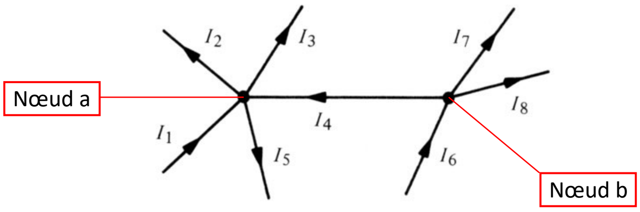
$$R = \rho \frac{l}{S} = 30 \cdot 10^{-9} \frac{200 \cdot 10^{3}}{(10 \cdot 10^{-3})^{2} \cdot \pi} = 19.1\,\Omega$$

Calcul des pertes Joules :

$$P = RI^{2} = 19.1 \cdot 800^{2} = 12.2\text{ MW}$$

Exercice 2

Pour résoudre l'exercice, on utilise la loi de Kirchhoff pour les nœuds :



Les courants qui « entrent » dans le nœud ont le signe positif, les courants qui en « sortent » ont le signe négatif.

Nœud a

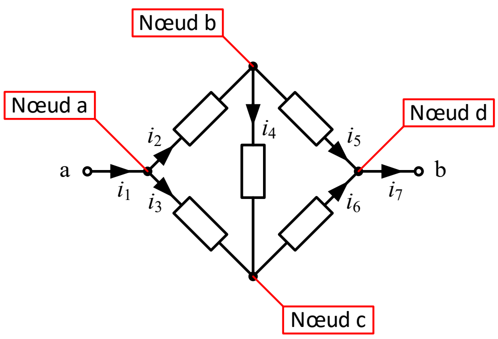
$$I_1 - I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0$$
$$I_4 = -I_1 + I_2 + I_3 + I_5 = -(-5) + 2 + 3 - 3 = 7\text{ A}$$

Nœud b

$$-I_4 - I_7 - I_8 + I_6 = 0$$
$$I_8 = -I_4 - I_7 + I_6 = -7 - 1 - 2 = -10\text{ A}$$

Exercice 3

Pour résoudre l'exercice, on utilise la loi de Kirchhoff pour les nœuds :



Les courants qui « entrent » dans le nœud ont le signe positif, les courants qui en « sortent » ont le signe négatif.

Nœud a — Calcul de i_3 : $i_1 - i_2 - i_3 = 0$

$i_3 = i_1 - i_2 = 14 - 12 = 2 \text{ A}$

Nœud b — Calcul de i_4 : $i_2 - i_5 - i_4 = 0$

$i_4 = i_2 - i_5 = 12 - 8 = 4 \text{ A}$

Nœud c — Calcul de i_6 : $i_3 + i_4 - i_6 = 0$

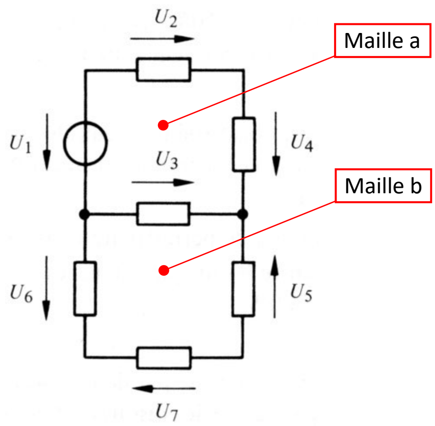
$i_6 = i_3 + i_4 = 2 + 4 = 6 \text{ A}$

Nœud d — Calcul de i_7 : $i_7 - i_5 - i_6 = 0$

$i_7 = i_5 + i_6 = 8 + 6 = 14 \text{ A}$

Exercice 4

Pour résoudre l'exercice, on utilise la loi de Kirchhoff pour les mailles :



Les tensions qui respectent le sens horaire ont le signe positif, les autres le signe négatif.

Maille a

$$-U_1 + U_2 + U_4 - U_3 = 0$$

$$U_3 = -U_1 + U_2 + U_4 = -2 + 3 + 5 = 6 \text{ V}$$

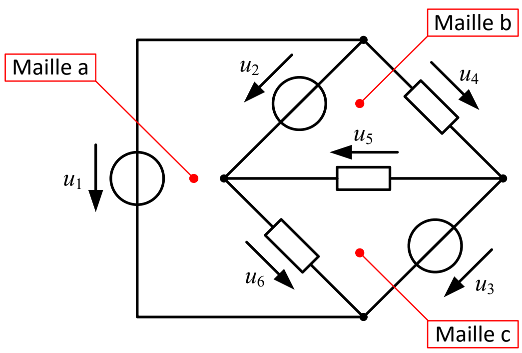
Maille b

$$U_3 - U_5 + U_7 - U_6 = 0$$

$$U_5 = U_3 + U_7 - U_6 = 6 - 1 - 2 = 3 \text{ V}$$

Exercice 5

Pour résoudre l'exercice on utilise la loi de Kirchhoff pour les mailles :



Les tensions qui respectent le sens horaire ont le signe positif, les autres le signe négatif.

$\boxed{\text{Maille a}}$ Calcul de u_4 :

$$u_4 + u_3 - u_1 = 0$$
$$u_4 = u_1 - u_3 = 20 - 8 = 12 \text{ V}$$

$\boxed{\text{Maille b}}$ Calcul de u_5 :

$$u_4 + u_5 - u_2 = 0$$
$$u_5 = u_2 - u_4 = 5 - 12 = -7 \text{ V}$$

$\boxed{\text{Maille c}}$ Calcul de u_6 :

$$u_3 - u_6 - u_5 = 0$$
$$u_6 = u_3 - u_5 = 8 - (-7) = 15 \text{ V}$$

Exercice 6

Mise en série de résistances :

$$R_\text{s} = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

$$R_\text{s} = 150 + 33 + 0.1 + 3900 = 4083.1\,\Omega$$

Mise en parallèle de résistances :

$$\frac{1}{R_\text{p}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$$

$$\frac{1}{R_\text{p}} = \frac{1}{150} + \frac{1}{33} + \frac{1}{0.1} + \frac{1}{3900} = 10.037 \text{ S}$$

$$R_\text{p} = \frac{1}{10.037} = 0.0996\,\Omega$$

Exercice 7

Mise en série de capacités :

$$\frac{1}{C_\text{s}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k}$$

$$\frac{1}{C_\text{s}} = \frac{1}{33 \cdot 10^{-9}} + \frac{1}{150 \cdot 10^{-9}} + \frac{1}{47 \cdot 10^{-12}} = 2.13 \cdot 10^{10}$$

$$C_\text{s} = \frac{1}{2.13 \cdot 10^{10}} = 46.9 \text{ pF}$$

Mise en parallèle de capacités :

$$C_\text{p} = \sum_{k=1}^{n} C_k$$

$$C_\text{p} = 33 \cdot 10^{-9} + 150 \cdot 10^{-9} + 47 \cdot 10^{-12} = 183.05 \text{ nF}$$

Exercice 8

Mise en série d'inductances :

$$L_s = \sum_{k=1}^{n} L_k$$

$$L_s = 3 \cdot 10^{-6} + 10 \cdot 10^{-6} = 13\ \mu\text{H}$$

Mise en parallèle d'inductances :

$$\frac{1}{L_p} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{L_k}$$

$$\frac{1}{L_p} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{10 \cdot 10^{-6}} = 4.33 \cdot 10^{5}$$

$$L_p = \frac{1}{4.33 \cdot 10^{5}} = 2.308\ \mu\text{H}$$

Exercice 9

Mise en série de sources de tension :

$$u_s = \sum_{k=1}^{n} u_k$$

Le sens positif des tensions est défini entre les bornes **a** et **b** :

$$u_{ab} = 5 - 3 - 15 + 6 = -7\ \text{V}$$

Exercice 10

Mise en parallèle de sources de courant :

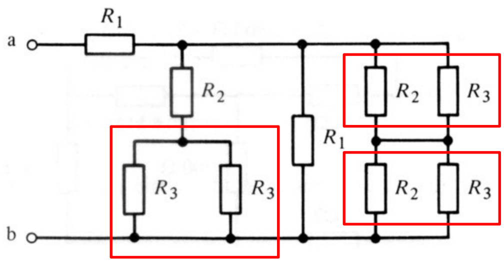
$$i = \sum_{k=1}^{n} i_k$$

Le sens positif des courants est défini entre les bornes **a** et **b** :

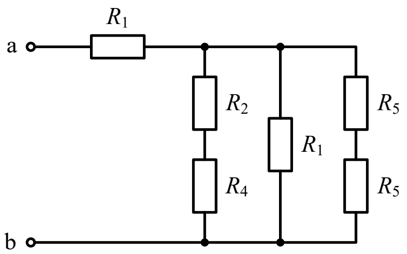
$$i = -0.002 - 0.1 + 0.03 + 0.33 = 258\ \text{mA}$$

Exercice 11

On commence par la mise en parallèle des résistances R_3 avec R_3 et R_2 avec R_3 :



On obtient les résistances R_4 et R_5 :

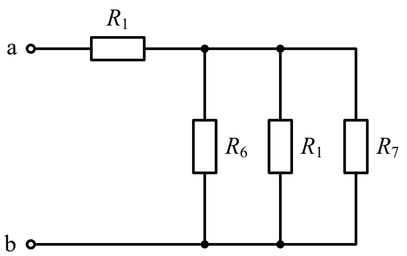


$$R_4 = \frac{R_3 \cdot R_3}{R_3 + R_3} = \frac{R_3}{2} = \frac{10 \cdot 10^3}{2} = 5\ \text{k}\Omega$$

$$R_5 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{2.2 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3}{2.2 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3} = \frac{22 \cdot 10^6}{12.2 \cdot 10^3} = 1.8\ \text{k}\Omega$$

Ensuite on met en série les résistances R_2 avec R_4 et R_5 avec R_5.

On obtient les résistances R_6 et R_7 :

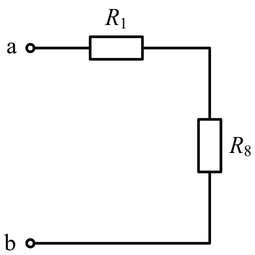


$$R_6 = R_2 + R_4 = 2.2 \cdot 10^3 + 5.0 \cdot 10^3 = 7.2\ \text{k}\Omega$$

$$R_7 = R_5 + R_5 = 1.8 \cdot 10^3 + 1.8 \cdot 10^3 = 3.6\ \text{k}\Omega$$

On remarque qu'on peut mettre en parallèle les résistances R_6, R_1 et R_7.

On obtient la résistance R_8 :



$$\frac{1}{R_8} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} = \frac{1}{470} + \frac{1}{7200} + \frac{1}{3600} = 2.544\ \text{mS}$$

$$R_8 = \frac{1}{2.544 \cdot 10^{-3}} = 393\ \Omega$$

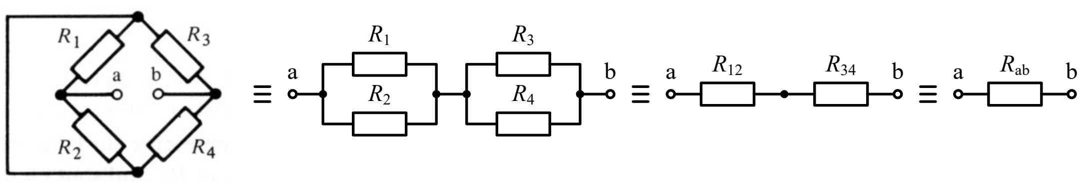
La résistance équivalente au bipôle est donnée enfin par la mise en série des résistances R_1 et R_8 :

$$R_{\text{ab}} = R_1 + R_8 = 470 + 393 = 863\ \Omega$$

Exercice 12

Pour résoudre cet exercice, il est conseillé de représenter le circuit différemment afin de mettre en évidence les éléments en série et en parallèle.

Le nouveau dessin et les différentes réductions sont montrés sur la figure suivante :



On commence par la mise en parallèle des résistances R_1 avec R_2 et R_3 avec R_4. On obtient les résistances R_{12} et R_{34} :

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3} = \frac{16 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3} = 1.6\ \mathrm{k\Omega}$$

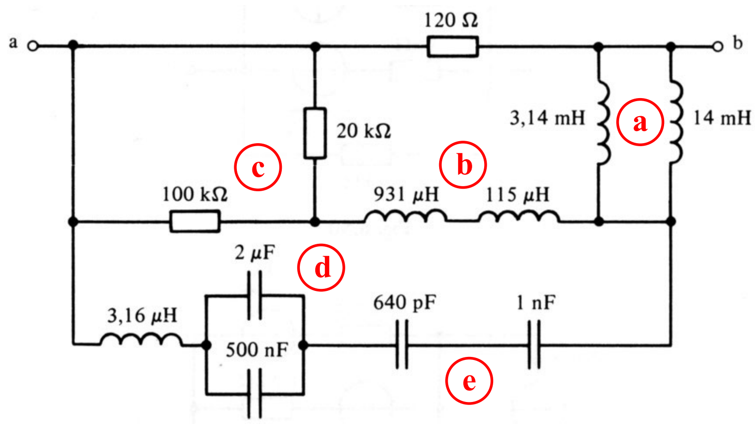
$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{5.0 \cdot 10^3 \cdot 0.2 \cdot 10^3}{5.0 \cdot 10^3 + 0.2 \cdot 10^3} = \frac{1.0 \cdot 10^6}{5.2 \cdot 10^3} = 192\ \Omega$$

La résistance équivalente au bipôle est enfin donnée par la mise en série des résistances R_{12} et R_{34} :

$$R_{ab} = R_{12} + R_{34} = 1.6 \cdot 10^3 + 192 = 1.792\ \mathrm{k\Omega}$$

Exercice 13

Le circuit peut être réduit en considérant les éléments en série et en parallèle :



a) Les inductances de 14 mH et de 3.14 mH sont en parallèle et peuvent être remplacées par une inductance équivalente de 2.56 mH :

$$L = \frac{3.14 \cdot 10^{-3} \cdot 14 \cdot 10^{-3}}{3.14 \cdot 10^{-3} + 14 \cdot 10^{-3}} = \frac{43.96 \cdot 10^{-6}}{17.14 \cdot 10^{-3}} = 2.56\ \mathrm{mH}$$

b) Les inductances de 931 μH et de 115 μH sont en série et peuvent être remplacées par une inductance équivalente de 1046 μH :

$$L = 931 \cdot 10^{-6} + 115 \cdot 10^{-6} = 1046\ \mu\mathrm{H}$$

c) Les résistances de 20 kΩ et de 100 kΩ sont en parallèle et peuvent être remplacées par une résistance équivalente de 16.67 kΩ :

$$R = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3 + 100 \cdot 10^3} = \frac{2000 \cdot 10^6}{120 \cdot 10^3} = 16.67\ \mathrm{k\Omega}$$

d) Les deux condensateurs de capacité $2\ \mu\text{F}$ et $500\ \text{nF}$ sont en parallèle et peuvent être remplacés par un condensateur de capacité équivalente de $2.5\ \mu\text{F}$:

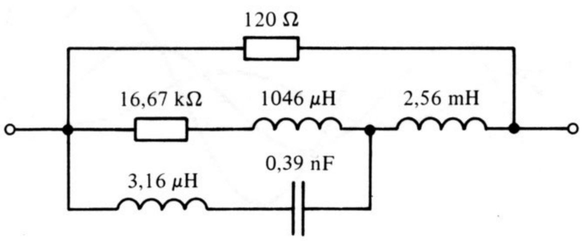
$$C = 2\cdot 10^{-6} + 0.5\cdot 10^{-6} = 2.5\ \mu\text{F}$$

e) Les trois condensateurs de capacité $2.5\ \mu\text{F}$ (point d), $640\ \text{pF}$ et $1\ \text{nF}$ sont en série et peuvent être remplacés par un condensateur de capacité équivalente de $0.39\ \text{nF}$:

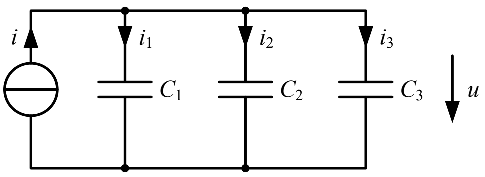
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{2.5\cdot 10^{-6}} + \frac{1}{640\cdot 10^{-12}} + \frac{1}{1\cdot 10^{-9}} = 2.5629\cdot 10^{9}$$

$$C = \frac{1}{2.5629\cdot 10^{9}} = 0.39\ \text{nF}$$

Le circuit devient enfin :



Exercice 14



La mise en parallèle des trois capacités conduit à la relation suivante :

$$i = C_{\text{p}}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \quad ; \quad \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{C_{\text{p}}}i \quad \text{avec} \quad C_{\text{p}} = C_1 + C_2 + C_3 = 1+2+3 = 6\ \mu\text{F}$$

Branche 1 : $i_1 = C_1\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{C_1}{C_{\text{p}}}i = \frac{1}{6}i$

Branche 2 : $i_2 = C_2\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{C_2}{C_{\text{p}}}i = \frac{2}{6}i = \frac{1}{3}i$

Branche 3 : $i_3 = C_3\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{C_3}{C_{\text{p}}}i = \frac{3}{6}i = \frac{1}{2}i$